

โครงสร้างข้อมูล Quadtree และการประยุกต์ใช้งาน

ธีรินทร์ เพ็ชรรัตน์ 6430185021
พิพรรณ จงพิพัฒนชัย 6431333721
วิวรรษธร จิตสิริวิทย์ 6432158421

สารบัญ

1. บทนำ (Introduction)	1
2. โครงสร้าง ข้อมูล ต้นไม้ ของ พื้นที่ แบ่ง พาร์ ทิชัน (Space Partitioning Tree)	1
3. แนวคิดการเก็บข้อมูลด้วยพื้นที่แบ่งพาร์ทิชัน	2
4. โครงสร้างของ Node ใน Quadtree	2
5. โครงสร้างของ Quadtree	3
6. การท่องต้นไม้ Quadtree	3
7. ขั้นตอนวิธีการเข้าถึง การแทรก และการลบข้อมูล	3
8. แบบ โครงสร้าง ข้อมูล Quadtree ใน C++ (Implementation in C++)	4
9. การประยุกต์ใช้งาน Quadtree	5
10.บรรณานุกรม	6
1. บทนำ (Introduction)	

Quadtree ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อใช้เก็บข้อมูลประเภทพิกัดในระบบพิกัดฉากบนระนาบ 2 มิติ เช่น พิกเซลภาพ พิกัดตำแหน่ง (geolocation) พิกัดกลุ่มข้อมูลบนกราฟ ฯลฯ โดยมีเป้าหมายเพื่อเพิ่มความเร็วการค้นหาจุดพิกัดใกล้เคียงที่อยู่ในระยะค้นหา โดยอาศัยความต้องการลดจำนวนข้อมูลที่ต้องตรวจสอบทั้งหมดบนกริด ($O(N^2)$) เหลือเพียงบางข้อมูลที่อยู่รอบ ๆ จุดค้นหาโดยเฉลี่ย ($O(N \log N)$) ทำให้ทรัพยากรที่ใช้ตรวจสอบลดลงมาก เมื่อจำนวนข้อมูลมากขึ้น หลักการเข้าถึงข้อมูลแต่ละตัวอาศัยการแบ่งพื้นที่ที่เป็นพื้นที่ที่เล็กลงที่ข้อมูลควรจะอยู่ในนั้น และทำการหาด้วยการแบ่งซ้ำไปเรื่อย ๆ โดยใช้กระบวนการขั้นตอนแบบเวียนเกิด (Recursion) ซึ่งการแบ่งเป็นพื้นที่ที่เล็กลงนั้น ลดปริมาณข้อมูลที่ต้องหาทีละครั้ง

เท่า ๆ กันที่แบ่ง จะทิ้งข้อมูลที่ไม่จำเป็นต้องค้นหาไปทีละครั้งหนึ่งในทุก ๆ การแบ่ง ทำให้โครงสร้าง Quadtree สามารถใช้ประโยชน์จากประสิทธิภาพการค้นหาแบบนี้ได้

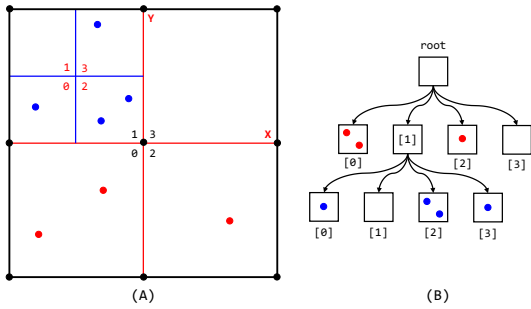
2. โครงสร้างข้อมูลต้นไม้ของพื้นที่แบ่งพาร์ทิชัน (Space Partitioning Tree)

โครงสร้าง พื้นที่ แบ่ง พาร์ ทิชัน เป็น รูปแบบ โครงสร้าง ข้อมูลที่อาศัยหลักการการแบ่งแยกพื้นที่ย่อยให้เล็กลงแบบเวียนเกิด (Recursive subdivision) โดยใช้โครงสร้างต้นไม้มาอธิบายความสัมพันธ์ของแต่ละพื้นที่ย่อย โดยตัวอย่างที่เห็นภาพได้อย่างง่ายคือการแบ่งพื้นที่แบบ Binary Space Partitioning (BSP) ซึ่ง แบ่ง พื้นที่ ที ละ ครั้ง เป็น จำนวน ครั้งตามปริมาณข้อมูล ซึ่งคล้ายคลึงกับโครงสร้างข้อมูลแบบ Binary Search Tree (BST) โดยโครงสร้าง Partitioning เหมาะสมแก่การหาตำแหน่งที่เหมาะสมกับการเก็บข้อมูลนั้น ด้วยการเปรียบเทียบค่าของข้อมูล และมีความรวดเร็วเป็น \log ของจำนวนข้อมูลทั้งหมดในการค้นหา การแทรก และการลบ โดยการสร้าง Tree บนหน่วยความจำนั้น สามารถสร้างขึ้นมาด้วย Node (ปม) ได้ และเชื่อมความสัมพันธ์ (edge/relation) ด้วย pointer ที่ชี้ไปยังตำแหน่งของอีก Node หนึ่ง ดังนั้น การเก็บ tree ไม่มีความจำเป็นต้องใช้ช่องที่ติดกันบนหน่วยความจำ (contiguous memory block) ที่ใช้เวลาตามจำนวนข้อมูลเมื่อต้องย้ายตำแหน่งของข้อมูลเมื่อขยายพื้นที่ (reallocation) แต่จะใช้ dynamic allocation บน heap แทน โดยจองพื้นที่เพียงพอแค่ Node ที่สร้างขึ้นใหม่ โครงสร้างพื้นที่แบ่งพาร์ทิชันนี้มีอยู่หลายวิธีในการแบ่ง โดยสามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทได้ตามแผนการแบ่งดังนี้

1. พื้นที่แบ่งพาร์ทิชันแบบตามแนวแกน ซึ่งแบ่งโดยระนาบหรือเส้นที่ขนานและตั้งฉากกับแกนใดแกนหนึ่งเสมอ ซึ่งเป็นการแบ่งที่เหมาะสมกับการเก็บข้อมูลพิกัด และการแบ่งตามแนวฉาก ซึ่งเป็นรูปแบบการแบ่งที่ใช้ใน Quadtree และ Linear octree (หลักเกณฑ์เดียวกับ Quadtree ในระบบพิกัด 3 มิติ)

2. พื้นที่แบ่งพาร์ทิชันแบบไม่ตามแนวแกน ซึ่งใช้ ไฮเปอร์เพลน (Hyperplane) ซึ่งเป็นระนาบใด ๆ ในพิภพ n มิติ ซึ่งอธิบายด้วยสมการระนาบ $x \cdot x_0 = d$ ที่ไม่จำเป็นต้องมีแกนใดแกนหนึ่งขนานหรือตั้งฉากกับพิภพ ซึ่งรูปแบบการแบ่งนี้เหมาะกับการใช้เก็บข้อมูลที่มีการกระจุกตัวกัน หรือสร้างระนาบด้วยกันระหว่างจุด (mesh) ใน Computer Graphics

3. แนวคิดการเก็บข้อมูลด้วยพื้นที่แบ่งพาร์ทิชัน



Class QuadTreeNode layout diagram

แนวคิดการเก็บข้อมูลด้วยพื้นที่แบ่งพาร์ทิชัน การเก็บข้อมูลที่สามารถเปรียบเทียบค่าได้ บนเส้นข้อมูลแบบแบบ 1 มิติ สามารถทำได้โดย Binary Partitioning แต่หากเราต้องการเก็บข้อมูลพิภพ 2 มิติ หรือ 3 มิติ ขึ้นไป จะใช้การทำให้ Binary Partitioning เป็นจำนวนครั้งเท่ากับมิติพร้อม ๆ กัน เช่น พิกัด (x, y) บนระนาบพิภพ 2 มิติ ใช้การแบ่งตามแนวแกนราบ 1 ครั้ง และตามแกนตั้งฉากอีก 1 ครั้ง จะได้ Grid ที่แบ่งออกเป็น 4 ควอดรนต์ (Quadrants) ดังนี้

1. ควอดรนต์ซ้ายล่าง (SW) ให้ index พื้นที่นั้น เป็น 0
2. ควอดรนต์ซ้ายบน (NW) ให้ index พื้นที่นั้น เป็น 1
3. ควอดรนต์ขวบน (NE) ให้ index พื้นที่นั้น เป็น 2
4. ควอดรนต์ขวล่าง (SE) ให้ index พื้นที่นั้น เป็น 3

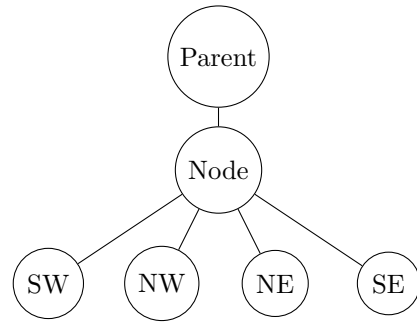
เมื่อปริมาณข้อมูลที่ถูกเก็บในพื้นที่ที่แบ่งนั้น มีมากกว่า 1 พิกัด/จุด เราจะทำการแบ่งพื้นที่ในควอดรนต์นั้นซ้ำแบบเวียนเกิด (recursively subdivide) จนในควอดรนต์ย่อยนั้นมีข้อมูลเหลือเพียง 1 ชุดเท่านั้น และให้ควอดรนต์เดิมที่ควอดรนต์ย่อยอาศัยอยู่ ทำตัวเสมือนไม่มีข้อมูลอยู่ในตัวมัน แต่อยู่ในควอดรนต์ย่อย (children nodes) ของควอดรนต์นั้น ๆ

จากความสัมพันธ์แบบเวียนเกิดของควอดรนต์และควอดรนต์ย่อย เราสามารถใช้โครงสร้างข้อมูลแบบต้นไม้มาช่วยเก็บควอดรนต์บนหน่วยความจำได้ โดยให้แต่ละควอดรนต์เป็น Node และควอดรนต์ย่อยเป็น children ของ Node นั้น และให้ Node นั้นเป็น parent ของทุก ๆ children

4. โครงสร้างของ Node ใน Quadtree

ความเป็น Node ของ Quadtree นั้น จะต้องเป็นไปตามกฎของความเป็นต้นไม้ ที่ว่าแต่ละ Node จะเป็นต้นไม้ และ children ของ Node จะต้องเป็นต้นไม้เช่นกัน

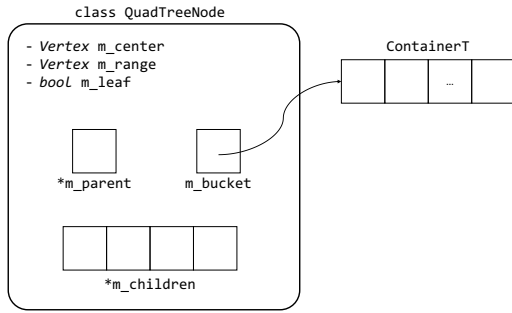
ในโครงสร้าง Quadtree การเก็บข้อมูลนั้น อยู่ในรูปแบบของ 4-ary tree ซึ่งภายในโครงสร้างนั้น อธิบายความสัมพันธ์ของ Node ก่อนหน้า (Parent) และ Node ถัด ๆ ไป (Children) โดย Node นั้นจะเก็บในรูปแบบของ Dynamic object บน heap และมีการจัดการหน่วยความจำตลอดเวลาเพื่อประสิทธิภาพเชิงพื้นที่ และป้องกัน memory leak ซึ่งรูปแบบความสัมพันธ์ของแต่ละ Node ดังภาพ



แผนผังปมราก-ปมลูก

โดยใน Node นั้น สามารถแบ่งประเภทด้วยตัวแปรประเภท boolean ว่าเป็นประเภทใบ (leaf node) หรือไม่ ซึ่ง Node จะทำการเก็บข้อมูลใน bucket เมื่อ Node นั้นเป็นประเภทใบ และ Node ที่ไม่ใช่ใบจะไม่เก็บข้อมูลใด ๆ และจะให้ children nodes ทั้ง 4 node เก็บข้อมูลทั้งหมด

โดยตามปกติ แต่ละ Node ในต้นไม้จะเก็บข้อมูลได้ 1 ชุด แต่หากจำนวนข้อมูลเพิ่มขึ้นมหาศาล จะทำให้ความลึกของต้นไม้สูงขึ้นตาม และหากต้นไม้มีความลึกมาก ๆ จะส่งผลให้ การค้นหาข้อมูลนานมาก และกินพื้นที่หน่วยความจำมาก เพราะต้องสร้าง Node เพิ่มในการจุข้อมูลนั้น ๆ จึงแก้ปัญหาด้วยการ chaining ข้อมูลใน Node เหมือนกับใน Hashtable แบบหนึ่ง ที่ให้ Node หนึ่งมีข้อมูลได้หลายชุด และทั้งหมดนี้จัดเก็บอยู่ใน bucket ซึ่งเป็น container รูปแบบหนึ่งที่สามารถ find, insert, และ erase ได้ โดยค่าปกติจะใช้ dynamic array หรือ `std::vector<T>` ในการเก็บข้อมูล แต่หากต้องการประสิทธิภาพที่มากขึ้น อาจใช้ Binary Search Tree หรือ hashtable ในการเก็บแทนได้ แต่มักไม่เป็นที่นิยม เนื่องจาก Quadtree สามารถเก็บข้อมูลใหม่ในแต่ละชั้นเพิ่มขึ้นเป็น 4^n ข้อมูล ซึ่งมหาศาลมาก จึงเลือกให้ขนาดของ bucket น้อย ๆ เพื่อให้เวลาการหาสูงสุดเสมือนคงที่ เทียบกับปริมาณข้อมูลทั้งหมด โดย layout ของ class QuadTreeNode เป็นดังภาพ



Class QuadTreeNode layout diagram

ดังนั้น ขนาดของ bucket ที่น้อย ๆ จึงเทียบไม่ได้กับความลึกของต้นไม้ Quadtree เราจึงสามารถปรับขนาดของ bucket ให้เหมาะสมที่สุดกับจำนวนข้อมูล และเวลาการค้นหาสูงสุด จะแปรผันตามความลึกของต้นไม้ รวมกับขนาดของ bucket หรืออาจประมาณได้ว่าแปรตามความลึกของต้นไม้ได้

โครงสร้างของ Node นั้นจะประกอบไปด้วย 2 สิ่งที่สามารถเข้าถึงได้โดยผู้ใช้งาน คือ พิกัดบนระนาบ 2 มิติ (x, y) ในรูปของ two-vector และ data ซึ่งเป็นข้อมูลที่ผู้ใช้ต้องการเก็บ เช่น ที่ พิกัด $(32, 57)$ ของโลกเสมือนในเกม มีวัตถุ entity เกมตัวหนึ่ง เป็น data ที่อยู่ ณ พิกัดนั้น โดย data ไม่มีผลต่อการค้นหา การเรียง การแทรก หรือการลบเลย แต่ใช้พิกัดระนาบสองมิติเป็นตัวบ่งชี้และตัวเปรียบเทียบ

5. โครงสร้างของ Quadtree

Quadtree นั้นจะประกอบด้วย Node ต่าง ๆ ตามกฎความเป็นต้นไม้ โดยเริ่มที่ปมราก (Root node) ซึ่งเป็น Node บนสุด หรือควอดรันทันนอกสุด ของระนาบพิกัดฉากนี้ และ children nodes จะมีขนาดระนาบที่เล็กกว่า parent ของ Node นั้น ๆ เป็น 2 เท่า เหมือนกับการฝังระนาบย่อยใน 4 ควอดรนต์ ภายในระนาบใหญ่ และปมรากนั้นก็แบ่งลูก ๆ ออกไปตามความลึกของต้นไม้ ตามจำนวนข้อมูล และ ตามความถี่ของข้อมูลที่อยู่ใกล้ ๆ กัน

โครงสร้างของ Quadtree นั้น ในกรณีที่ข้อมูลมีการกระจายอย่างเท่ากัน ต้นไม้จะมีความใกล้เคียงกับต้นไม้สมดุล (balanced tree) แต่หากข้อมูลพิกัดมีการกระจุกตัวอยู่ใกล้กันมาก ๆ (close proximity) ต้นไม้จะมีความคล้ายกับ BST ที่มีลำดับการแทรกข้อมูลแบบเรียงติดกันจากน้อยไปมาก หรือมากไปน้อย ซึ่งเพิ่มความลึกของต้นไม้ฝั่งใดฝั่งหนึ่งมาก ซึ่งอาจเป็นข้อเสียของโครงสร้างข้อมูลประเภทนี้

6. การท่องต้นไม้ Quadtree

การท่องต้นไม้ ใช้หลักการเข้าถึงข้อมูลของ Node โดยอาจทำโดยฟังก์ชันเวียนเกิด หรือไม่ใช้ก็ได้ ซึ่งสามารถทำได้ 2 วิธี คือใช้ Function recursive call chain และอาศัยหลักการ Function call stack มาใช้กับ Node โดยไม่ต้องผ่านฟังก์ชันเลย โดยสามารถทำเป็น Preorder Traversal เพื่อแสดงลำดับชั้น (hierarchy) ของต้นไม้ และข้อมูลในต้นไม้ได้ ด้วยการใช้โครงสร้างข้อมูลประเภท stack เก็บ pointer ที่ชี้ไปยัง Node นั้น ๆ จนสุดสาย แล้วจึงไล่ลำดับไปจนครบทุก Node

7. ขั้นตอนวิธีการเข้าถึง การแทรก และการลบข้อมูล

7.1. การเข้าถึงข้อมูล (Data access)

การเข้าถึงหรือการหาข้อมูลใน Quadtree เป็นขั้นพื้นฐานของการแทรกและการลบ ซึ่งใช้วิธีการคล้าย ๆ กัน โดยการเข้าถึงข้อมูลใช้การค้นหาด้วยการท่องต้นไม้ด้วย stack เพื่อประสิทธิภาพในการทำงาน โดยการเข้าถึงในแบบโครงสร้างของผู้เขียนนั้นจะให้ค่าคืนมาเป็น pointer ที่ชี้ไปยังข้อมูลใน Node นั้น ดังนั้นผู้ใช้จึงสามารถแก้ไข หรือเปลี่ยนแปลงข้อมูลได้สะดวก โดยห้ามมิให้แก้ไขพิกัดที่ใช้เป็นโครงสร้างของต้นไม้โดยนัย

7.2. การแทรกข้อมูล (Insertion)

การแทรกข้อมูลใน Quadtree สามารถทำได้โดยการพยายามหา Node (ควอดรนต์) ที่ลึกที่สุด ณ ขณะนั้น แล้วทำการพยายามเพิ่มข้อมูลใน bucket ที่ควอดรนต์นั้นอยู่ หากขนาดของ bucket เกินกว่าที่กำหนด ก็ทำการดึงข้อมูลทั้งหมดออกมาจาก bucket และทำการแบ่งพื้นที่ย่อยก่อนแล้วจึงใส่ข้อมูลแต่ละข้อมูลในควอดรนต์ที่เหมาะสมตามพิกัดของข้อมูล

7.3. การลบข้อมูล (Removal)

การลบข้อมูลสามารถทำได้โดยการพยายามหาข้อมูลนั้นเมื่อเจอพิกัดในควอดรนต์ที่ข้อมูลนั้นควรอยู่ ก็ทำการลบข้อมูลออกไปจาก bucket จากนั้นทำการตรวจสอบว่าสามารถยุบรวมควอดรนต์ย่อยขึ้นมาอยู่ในควอดรนต์หลักได้หรือไม่ เพื่อคงความสมดุลมากที่สุดที่ทำได้ ให้ไม่เสียประสิทธิภาพด้านความเร็วในการค้นหา และพื้นที่จัดเก็บที่น้อยลง และจะยุบรวมควอดรนต์ก็ต่อเมื่อจำนวนข้อมูลในทุก ๆ ควอดรนต์ย่อยไม่เกินขนาดสูงสุดของ bucket ที่กำหนดไว้

8. แบบโครงสร้างข้อมูล Quadtree ใน C++ (Implementation in C++)

ทางผู้เขียนได้จัดทำ class `Quadtree` ในภาษา C++ ซึ่งประกอบไปด้วยฟังก์ชันที่จำเป็นสำหรับการ `find`, `insert`, และ `remove` รวมถึงโครงสร้างของข้อมูลพื้นฐาน และการแสดงตำแหน่งที่อยู่ของ Node ต่าง ๆ ในต้นไม้ และข้อมูลอีกด้วย โดย class `Quadtree` นี้ไม่มี iterator (อยู่ระหว่างการพัฒนา) โดยรายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับ class อยู่ใน repository https://github.com/neil4884/quad_tree/

8.1. Quadtree Constructor

```
explicit QuadTree<T, PairT, ContainerT>
(Vertex center = Vertex{0, 0},
Vertex range = Vertex{1, 1},
unsigned bucket_size = 1,
unsigned depth = 16,
bool sort = false);
```

Quadtree เก็บข้อมูลในรูปแบบ `ContainerT` ซึ่งในตัวอย่างนี้จะ เป็น `vector` ของ `pair` ที่มี `data` และจุดพิกัด (x, y) ของ `data` นั้นๆ และมี `data member` ต่างๆดังนี้

- `m_root` เป็น node แรกสุดและบนสุด ซึ่ง `m_root` จะมีแค่ node เดียว
- `m_sort` ใช้ในการจัดเรียงข้อมูล
- `m_pair_comp` ใช้ในการเปรียบเทียบค่าของ `pair` และมี `m_size` ที่บอกจำนวนของข้อมูลที่ถูเก็บอยู่ใน Quadtree
- ความลึก และขนาด bucket ที่ใช้เก็บข้อมูลสูงสุดมีค่าเริ่มต้นเป็น 16 และ 1 ตามลำดับ

โดยมี parameter เป็น

- `m_center` คือจุดกำเนิดของ Quadtree
- `m_range` คือ จุด พิกัด ขอบเขต ของ Quadtree เช่น `m_range = Vertex{1,1}` นั่นคือระยะทางจากจุดกำเนิดไปในแนวแกน Y ด้านละ 1 หน่วย ด้านบนจะเป็นพิกัด $(0, 1)$ ด้านล่างจะเป็นพิกัด $(0, -1)$ และระยะทางซ้ายขวาจากจุดกำเนิดไปในแนวแกน X ด้านละ 1 หน่วยเช่นกัน โดยด้านซ้ายจะเป็นจุดพิกัด $(-1, 0)$ และด้านขวาเป็นจุดพิกัด $(1, 0)$
- `bucket_size` คือค่าที่กำหนดไว้ให้ใน คิวคอร์เนตใด ๆ ที่กำหนดจำนวนข้อมูลที่สูงที่สุดที่สามารถเก็บได้ในควอร์เนตนั้น

- `depth` คือ ค่า ความ สูง สูงสุด ของ ต้นไม้ โดยหากมีแค่ `m_root` จะมีค่าความสูงเป็น 0 และถ้ามี node ลูกของ `m_root` เพิ่มมา ความสูงของ Quadtree นี้ ก็จะเป็น 1 เป็นต้น

8.2. Insertion

```
std::pair<viterator, bool> insert(
const Vertex &point,
const T &data);
```

Quadtree สามารถ insert ข้อมูลได้โดยการใส่ parameter ไป 2 ตัว นั่นคือ จุดพิกัดและข้อมูลที่ต้องการจะ insert

8.3. Updating

```
bool update(const Vertex &point,
const T &data);
```

หากต้องการแก้ไขข้อมูลที่พิกัดใดๆ เราสามารถเรียกใช้ฟังก์ชัน `update` โดยระบุ parameter `Vertex point` (พิกัด (x, y)) และ `T data` (ข้อมูล) ซึ่งจะคืนค่าผลลัพธ์การ `update` ว่าสำเร็จหรือไม่ หาก `point` ไม่อยู่ในระยะ `m_root` จะคืนค่า `false` หากอยู่ในระยะก็จะทำแก้ไขข้อมูลที่พิกัดนั้น หากที่พิกัดนั้นไม่มีข้อมูลมาก่อน ก็จะทำ `insert` ข้อมูลเข้าไปที่พิกัดนั้น ๆ จากนั้นจะคืนค่า `true`

8.4. Find

```
bool contains(const Vertex &point);
```

ฟังก์ชัน นี้เปรียบเสมือน `find function` ของ `data structure` ตัวอื่น ๆ หากต้องการทราบว่าจุดพิกัดนั้นมีอยู่ใน Quadtree นั้นหรือไม่ function นี้ จะคืนค่า `true` เมื่อพบว่ามีจุดพิกัดนั้นอยู่จริง แต่จะคืน `false` หากไม่พบว่ามีจุดพิกัดนั้นอยู่ใน Quad Tree

8.5. Removal

```
bool remove(const Vertex &point);
```

หาก ต้องการ ลบ พิกัด ใดๆ ออก ให้ใช้ฟังก์ชัน `remove` ที่มี parameter คือจุดพิกัดของตัวที่เราต้องการจะลบออกจาก Quadtree และจะคืนค่า `true` เมื่อพบว่ามีจุดนั้นและทำการลบออกไปแล้ว แต่จะคืน `false` เมื่อไม่พบพิกัดนั้นในรูปแบบของ

leaf node ในชั้นของ children ที่ลึกที่สุดใน Quadtree หรือ ไม่พบพิกัดนั้น ๆ

การ remove มีประเด็นเพิ่มเติม นั่นคือ เมื่อทำการลบ พิกัดใดๆ แล้วพบว่าจำนวนข้อมูลทั้งหมดใน sibling nodes ทั้งหมด ไม่เกิน max_bucket_size แล้ว จะทำการยุบ children node ขึ้นไปหา parent node ด้วย

8.6. ฟังก์ชันอื่น ๆ

```
std::vector<std::pair<Vertex, T>>
extract_all();
```

คืนข้อมูลทั้งหมดที่อยู่ใน Quadtree โดยคืนค่าเป็น vector ของ pair ของพิกัดและข้อมูล

```
data_in_region(const Vertex &bottom_left,
const Vertex &top_right);
```

ฟังก์ชันนี้จะคืนข้อมูลทั้งหมดที่อยู่ในช่วงพื้นที่ที่เราสนใจ ระบุ พิกัด ที่สนใจ ด้วย พิกัด ที่อยู่ล่าง ซ้าย สุด ของ ช่วง พื้นที่ (bottom_left) และ พิกัด ที่อยู่ ขวา บน สุด ของ ช่วง พื้นที่ (top_right) โดยจะคืนข้อมูลมาในรูปแบบ vector ของ pair ของพิกัดและข้อมูล

```
void print_preorder();
```

ฟังก์ชันนี้จะทำการพิมพ์ข้อมูลและ address บนหน่วยความจำของ node, children nodes, parent node และข้อมูลออกมาในลำดับแบบ preorder

```
void print_data();
```

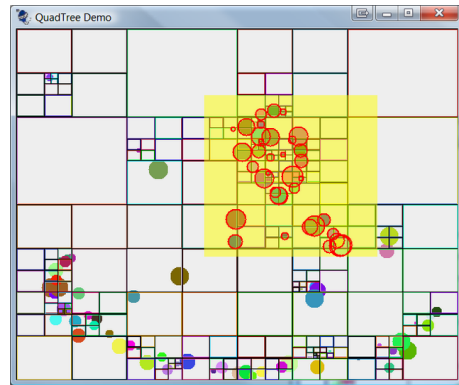
ฟังก์ชันนี้จะทำการ สั่ง พิมพ์ ข้อมูล ทั้งหมด ออกมา ใน รูปแบบ “<*> Point [(x, y)] has data = [data]” ตามลำดับ preorder

9. การประยุกต์ใช้งาน Quadtree

9.1. การตรวจสอบการชนบนระนาบ (Collision Detection)

ในการตรวจสอบการชนบนระนาบสองมิตินั้น โดยปกติแล้วเราจะต้องทำการ เช็กระยะห่าง ระหว่าง คู่วัตถุทุกคู่ เพื่อตรวจสอบว่า วัตถุสอง ชิ้น นั้น ชน กัน หรือ ยัง ซึ่งหากมี วัตถุ ไม่ มาก การตรวจสอบ ระยะห่าง ของ วัตถุ ทุก คู่ นั้น ก็ยัง

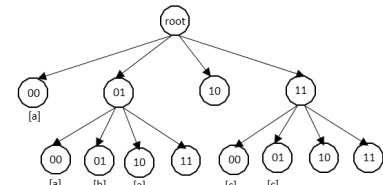
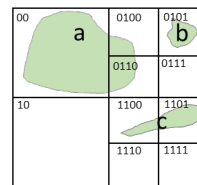
ต้องการการคำนวณที่เยอะ แต่หากวัตถุมีมากขึ้น การที่เราต้องจับตาวัตถุทุกคู่ที่มีนั้นเป็นวิธีที่ค่อนข้างกินความจำเป็นไปมาก Quadtree สามารถช่วยให้เราไปพร้อมกับคู่วัตถุได้เป็นกลุ่มเล็กมากขึ้น กล่าวคือ หากวัตถุใด ๆ อยู่ในลูกเดียวกันของ Quadtree ก็จะทำให้การตรวจสอบวัตถุทั้งหมดในลูกนั้น ๆ แทนดังภาพ



Collision Detection Illustration [1]

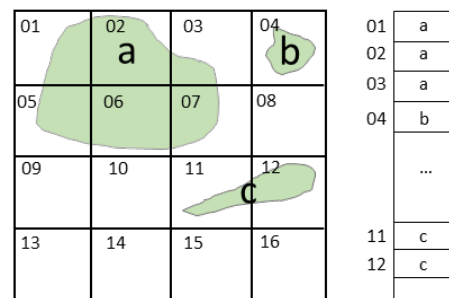
9.2. การทดสอบข้อมูลเชิงพื้นที่ (Spatial Index & Query)

เนื่องจาก Quadtree นั้นมีการเก็บข้อมูลในรูปแบบพิกัด และข้อมูลควบคู่กัน อีกทั้งยังมีการแบ่งรากหรือลูกแต่ละลูกเป็นควอดรนต์



Collision Detection Illustration [5]

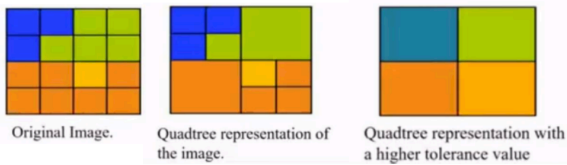
เพื่อการค้นหาข้อมูลที่ง่าย เราจึงสามารถใช้ประโยชน์จากวิธีการเก็บ และเข้าถึงข้อมูลเหล่านี้ในการวิเคราะห์เชิงสองมิติได้โดยตรง เช่น การหาพิกัดที่ใกล้กับอีกพิกัดมากที่สุด หรือจะค้นหาข้อมูลในขอบเขตที่สนใจก็ทำได้ง่ายเช่นกัน



Collision Detection Illustration [5]

9.3. คอมพิวเตอร์กราฟฟิก (Computer Graphics)

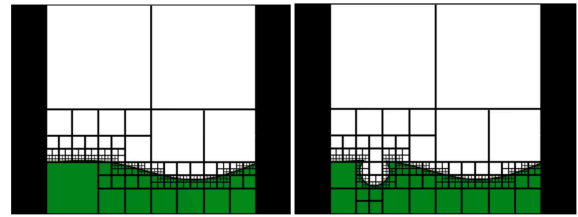
Quadtree มีประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบ 2 มิติ เช่น รูปภาพ Quadtree สามารถใช้กับข้อมูลได้หลายแบบ ยกตัวอย่างเช่น ข้อมูลที่มีสี เนื่องจากข้อมูลแบบ Quadtree มีหน้าตาเป็น Grid หลาย ๆ ช่องมารวมกัน เนื่องจากว่าใน ภาพ ๆ หนึ่ง ช่อง pixel ที่อยู่ติดกัน มักจะมีสีรอบ ๆ ใกล้เคียง กัน เช่นว่าเป็นสีเขียว pixels รอบ ๆ มีความเป็นไปได้ที่จะมีสีเขียวมากกว่าสีอื่น ดังนั้น เราจึงไม่จำเป็นต้องแบ่งย่อยทุก grid ให้มีขนาดเล็กเท่ากันหมด แต่สามารถรวม grid ที่มีสีใกล้เคียงกันเป็น grid ที่ใหญ่ขึ้น grid หนึ่งได้ เพื่อประหยัด memory ดังรูป



Computer Graphics: Image compression by neighboring pixels

ซึ่งคุณภาพของภาพที่เราทำการย่อขนาดที่ได้นั้นก็ขึ้นอยู่กับ algorithm การรวม grid เช่นหากสั่งให้ย่อขนาดภาพโดยการรวมทุก grid เข้าด้วยกันครั้งเดียว คุณภาพภาพที่ได้ก็อาจจะแยกลงอย่างเห็นได้ชัดดังตัวอย่าง เนื่องจากเกิดการรวม grid ที่มีสีที่ต่างกันมากเกินไป ดังนั้น หากต้องการคงคุณภาพของภาพ ควรเขียน algorithm ที่แยกว่า grid ไตมีสีต่างกันมากเกินไป จะได้คัดแยกและไม่รวม grid นั้น ๆ

อีก ตัวอย่าง หนึ่ง ของ การ ประยุกต์ ใช้ Quadtree กับ Computer Graphics คือ การใช้ Quadtree ช่วยในการประมวลผลของการเปลี่ยนแปลงภาพต่าง ๆ เนื่องจากลักษณะของช่องแต่ละช่องของ Quadtree เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งง่ายต่อการประมวลผลรูปภาพ เช่น ในกรณีที่ยอยากให้รูปเนินด้านล่างหายไปบางส่วนเนื่องจากการระเบิด



Computer Graphics: Element differences

Quadtree ที่มีความถี่มากจะเปรียบเหมือนเส้นต่าง ๆ ของรูปภาพ เราสามารถใช้ Quadtree คำนวนระยะระยะเปิด และเปลี่ยนแปลงลูกแต่ละลูกให้กลายเป็นภาพภาพใหม่ได้อย่างรวดเร็ว

10. บรรณานุกรม

References

- [1] M. Coyle. *A Simple Quadtree Implementation in C*. 2008. URL: <https://www.codeproject.com/Articles/30535/A-Simple-QuadTree-Implementation-in-C>.
- [2] S. Har-Peled. "Quadtrees - Hierarchical Grids." In: *Geometric Approximation Algorithms*. 2016.
- [3] Pierre. *Quadtree and Collision Detection*. 2019. URL: <https://pvigier.github.io/2019/08/04/quadtree-collision-detection.html>.
- [4] J. Savant. *Quadtree*. URL: <https://www.jordansavant.com/book/algorithms/quadtree.md>.
- [5] UCGIS. *DM-66 - Spatial Indexing*. URL: <https://gistbok.ucgis.org/bok-topics/spatial-indexing>.